



Liberté • Égalité • Fraternité

RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

BH3EAB11V1

**CONCOURS EXTERNE  
POUR L'EMPLOI DE CONTRÔLEUR DES DOUANES ET DROITS INDIRECTS**

**BRANCHE DE LA SURVEILLANCE  
SPÉCIALITÉ « SURVEILLANCE ET AÉRONAUTIQUE : PILOTE D'HÉLICOPTÈRE »**

**DES 1, 2 ET 3 MARS 2011**

**ÉPREUVE ÉCRITE D'ADMISSIBILITÉ N° 3**

**OPTIONS A ET B**

(DURÉE : 3 HEURES - COEFFICIENT 3)

<b>OPTION A :</b>	<b>page 2</b>
<b>OPTION B :</b>	<b>pages 3 à 6</b>

**AVERTISSEMENTS IMPORTANTS**

Vous devez composer dans l'option choisie lors de votre inscription et uniquement dans celle-ci. **Si vous composez dans une option différente ou dans plusieurs options, votre copie sera notée zéro.**

Veillez à bien indiquer sur votre copie l'option dans laquelle vous allez composer ainsi que le nombre d'intercalaires utilisés (la copie double ne compte pas).

L'usage de la calculatrice, d'un convertisseur, de tout matériel autre que celui d'écriture et de tout document autre que le support fourni est **interdit**. Toute fraude ou tentative de fraude constatée par la commission de surveillance entraînera **l'exclusion du concours**.

Il vous est interdit de quitter définitivement la salle d'examen **avant le terme de la première heure**.

## **OPTION A : SUJET DE GÉOGRAPHIE**

La France : une économie en mutation

## OPTION B : MATHÉMATIQUES

- *L'usage de la calculatrice est interdit,*
- *Tous les exercices devront être traités,*
- *Chaque réponse devra être rigoureusement justifiée et devra être précédée du numéro de la question à laquelle elle se rapporte.*

\*\*\*\*\*

<b>Exercice 1</b>
-------------------

### **Partie A**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $]-1; +\infty[$  par :

$$f(x) = ax + b + 3 \ln(x+1)$$

avec  $a$  et  $b$  deux nombres réels. On appelle  $C$  sa courbe représentative.

$C$  vérifie les conditions suivantes :

elle passe par le point  $A(0 ; 5)$  et elle admet une tangente horizontale au point d'abscisse  $x = \frac{1}{2}$

1. A partir des données de l'énoncé, que pouvez vous dire du sens de variation de  $f$  ?
2. Déterminer  $a$  et  $b$

### **Partie B**

On suppose désormais que la fonction  $f$  est définie sur  $]-1; +\infty[$  par :

$$f(x) = -2x + 5 + 3 \ln(x+1)$$

- 1.a) Calculer la limite de  $f$  en  $-1$ . Donner une interprétation graphique de ce résultat
- b) Calculer la limite de  $f$  quand  $x \rightarrow +\infty$
2. Calculer  $f'(x)$  et étudier les variations de la fonction  $f$ . Dresser le tableau de variation. Déterminer la valeur du maximum de  $f$  à  $0,1$  près (*à cette fin, on donne les approximations  $\ln 3 \approx 1,09$  et  $\ln 2 \approx 0,69$* )

3. Tracer l'allure générale de la courbe  $C$  dans un plan muni d'un repère orthonormal ainsi que les asymptotes éventuelles

4. Montrer qu'il existe deux réels  $\alpha$  et  $\beta$  tels que :  $\alpha < 0 < \beta$  et  $f(\alpha) = f(\beta) = 0$

5. Soit  $g$  la fonction définie sur  $] -1; +\infty[$  par :

$$g(x) = (x+1) \ln(x+1) - x$$

a) Calculer  $g'(x)$

b) En déduire l'expression de la primitive de  $f$  s'annulant pour  $x = 0$

### Exercice 2

Dans le casier d'un réfrigérateur sont rangés 12 oeufs : 8 oeufs durs et 4 oeufs frais. Une personne attrape au hasard deux oeufs dans ce casier. Calculer la probabilité qu'elle attrape :

- a. 2 oeufs frais ;
- b. 2 oeufs durs ;
- c. 1 oeuf frais et 1 oeuf dur.

### Exercice 3

On considère la fonction  $h$  définie sur  $\mathbb{R} - \{2\}$  par :

$$h(x) = \frac{x^3 - 13x - 12}{(x-2)^2}$$

1. Etudier la limite de  $h$  en 2. Préciser l'équation d'une asymptote à la courbe représentative de  $h$ .

2. Factoriser  $h(x)$ , puis étudier le signe de  $h(x)$  sur  $\mathbb{R} - \{2\}$

3. Montrer que pour tout  $x \in \mathbb{R} - \{2\}$  :

$$h(x) = x + 4 - \frac{x+28}{(x-2)^2}$$

4. Dédurre de l'étude des limites de  $h(x) - (x + 4)$  une deuxième asymptote à la courbe représentative de  $h$

**Exercice 4**

Une association sportive comporte 10 membres, dont 6 femmes. Pour constituer le bureau de cette association, il faut élire trois personnes : un président, un trésorier et un secrétaire (et une même personne ne peut pas exercer plusieurs fonctions)

- a. Combien peut-il y avoir de bureaux différents ?
- b. Combien y a-t-il de bureaux possibles dans lesquels le président et le secrétaire sont de sexes différents ?

**Exercice 5**

On considère la suite arithmétique  $(u_n)$  de raison  $-\frac{1}{3}$  et de premier terme  $u_1 = 2$

- a. Calculer la somme  $S_n = \sum_{p=1}^n u_p$  des termes de cette suite en fonction de  $n$ .
- b. Montrer que la suite  $(v_n)$ , définie pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$  par  $v_n = \frac{S_n}{n}$ , est une suite arithmétique