



Liberté • Égalité • Fraternité

RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

BH3EAB10V1

**CONCOURS EXTERNE
POUR L'EMPLOI DE CONTRÔLEUR DES DOUANES ET DROITS INDIRECTS**

**BRANCHE DE LA SURVEILLANCE
SPÉCIALITÉ « SURVEILLANCE ET AÉRONAUTIQUE : PILOTE D'HÉLICOPTÈRE »**

DES 10, 11 ET 12 MARS 2010

ÉPREUVE ÉCRITE D'ADMISSIBILITÉ N° 3

OPTIONS A ET B

(DURÉE : 3 HEURES - COEFFICIENT 3)

OPTION A :	page 2
OPTION B :	pages 3 à 6

AVERTISSEMENTS IMPORTANTS

Vous devez composer dans l'option choisie lors de votre inscription et uniquement dans celle-ci. **Si vous composez dans une option différente ou dans plusieurs options, votre copie sera notée zéro.**

Veillez à bien indiquer sur votre copie l'option dans laquelle vous allez composer ainsi que le nombre d'intercalaires utilisés (la copie double ne compte pas).

L'usage de la calculatrice, d'un convertisseur, de tout matériel autre que celui d'écriture et de tout document autre que le support fourni est **interdit**. Toute fraude ou tentative de fraude constatée par la commission de surveillance entraînera **l'exclusion du concours**.

Il vous est interdit de quitter définitivement la salle d'examen **avant le terme de la première heure**.

OPTION A : SUJET DE GÉOGRAPHIE

La France est-elle toujours un grand pays agricole ?

OPTION B : MATHÉMATIQUES

- *L'usage de la calculatrice est interdit,*
- *Tous les exercices devront être traités,*
- *Chaque réponse devra être rigoureusement justifiée et devra être précédée du numéro de la question à laquelle elle se rapporte.*

Exercice 1

On définit, pour tout entier naturel $n > 0$, la suite (u_n) de nombres réels strictement positifs par :

$$u_n = \frac{n^2}{2^n}$$

1. Pour tout entier naturel $n > 0$, on pose :

$$v_n = \frac{u_{n+1}}{u_n}$$

a) Montrer que $\lim (v_n) = \frac{1}{2}$ quand $n \rightarrow +\infty$

b) Montrer que, pour tout entier naturel $n > 0$, $v_n > \frac{1}{2}$

c) Trouver le plus petit entier naturel N tel que, si $n \geq N$, $v_n < \frac{3}{4}$

N.B. : pour la résolution de cette question, on donne l'approximation suivante :

$$\frac{1}{-1 + \sqrt{\frac{3}{2}}} \approx 4,5$$

d) En déduire que si $n \geq N$ alors $u_{n+1} < \frac{3}{4} u_n$

On pose à présent, pour tout entier naturel $n \geq 5$, $S_n = u_5 + u_6 + \dots + u_n$

2. On se propose de montrer que la suite $(S_n)_{n \geq 5}$ est convergente

a) Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel $n \geq 5$

$$u_n \leq \left(\frac{3}{4}\right)^{n-5} u_5$$

b) Montrer que, pour tout entier naturel $n \geq 5$,

$$S_n \leq \left[1 + \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \dots + \left(\frac{3}{4}\right)^{n-5}\right] u_5$$

c) En déduire que, pour tout entier naturel $n \geq 5$, $S_n \leq 4 u_5$

3. Montrer que la suite $(S_n)_{n \geq 5}$ est croissante et en déduire qu'elle converge.

Exercice 2

On considère une fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (ax^2 + bx + c) e^{-x}$

On note C_f sa courbe représentative.

a. Exprimer la dérivée f' de f en fonction de a , b et c .

b. Sachant que C_f passe par le point A (0, 1), qu'elle admet une tangente horizontale au point d'abscisse $x=1$ et que $f'(0) = -6$, déterminer a , b et c .

Exercice 3

Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

Un candidat se présente à un jeu télévisé. Il doit répondre à une série de quatre questions indépendantes et de difficulté croissante.

A chacune des questions, 3 réponses lui sont proposées et une seule d'entre elles est correcte.

Le candidat n'a aucune idée des réponses et décide donc de **répondre au hasard**.

Déterminer les probabilités des évènements suivants :

- a. Le candidat répond correctement à la première question ;
- b. Le candidat répond correctement aux quatre questions ;
- c. Le candidat répond correctement à 2 questions exactement.
- d. Sachant que le candidat gagne :
 - 10 € s'il répond correctement à la première question ;
 - 20 € s'il répond correctement à la deuxième question ;
 - 40 € s'il répond correctement à la troisième question ;
 - 80 € s'il répond correctement à la quatrième question ;
 - et qu'il perd 20 € à toute mauvaise réponse ;

déterminer la probabilité pour que le candidat gagne au moins 80 € à la fin des 4 questions.

Exercice 4

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \frac{x}{e^x - x}$$

et C , sa courbe représentative dans le plan rapporté au repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j})

Partie I:

Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = e^x - x - 1$

1. Etudier les variations de la fonction g , fonction définie sur \mathbb{R}
En déduire le signe de $g(x)$.

2. Montrer que, pour tout x , $(e^x - x)$ est strictement positif.

Partie II :

1. a) Calculer les limites de la fonction f en $+\infty$ et en $-\infty$
 b) Donner une interprétation graphique des résultats de la question précédente.
 2. a) Calculer $f'(x)$, f' désignant la dérivée de la fonction f .
 b) Etudier le sens de variation de f puis dresser son tableau de variations.
 3. a) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse $x = 0$.
 b) Etudier le signe de $f(x) - x$ et, à l'aide de la partie I, en déduire la position de la courbe C par rapport à la droite T .
 4. Tracer la droite T , les asymptotes et la courbe C .
-