Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

CONCOURS DE CONTRÔLEUR DE LA CONCURRENCE, DE LA CONSOMMATION ET DE LA RÉPRESSION DES FRAUDES DES 8 ET 9 JUIN 2010

Concours externe à dominante scientifique et technologique

EPREUVE N° 2 : options

(durée 3 heures - coefficient 4)

Le candidat choisira ***une*** option parmi les trois proposées et indiquera son choix sur sa copie

- **Option A)** - résolution d'un ou plusieurs exercices de mathématiques...... pages 2 et 3
- **Option B)** - résolution d'un ou plusieurs exercices de physique-chimie... pages 4 à 10
- **Option C)** - composition sur un ou plusieurs sujets donnés et/ou cas pratiques de sciences et technologies de l'agronomie et du vivant.................. page 11

L'UTILISATION D'UNE CALCULATRICE EST AUTORISEE.

IL EST RAPPELE QUE LES TELEPHONES PORTABLES DOIVENT RESTER ETEINTS DURANT TOUTE L'EPREUVE.

MINISTÈRE DE L'ÉCONOMIE
DE L'INDUSTRIE ET DE L'EMPLOI

Option A) - résolution d'un ou plusieurs exercices de mathématiques

TOUTE REPONSE DOIT ETRE JUSTIFIEE

Exercice 1 (5 points)

On a mesuré, par échographie, la taille d'un foetus humain en fonction du nombre de semaines de grossesse. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Nombre de semaines : x_i	6	10	14	18	22	26	30	34
Taille du foetus : y_i (en cm)	2	7	16	25	33	37	40	44

1. Construire le nuage de points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$ dans un repère orthogonal d'unités graphiques :
- 1 cm représente 4 semaines sur l'axe des abscisses,
- 1 cm représente 4 cm sur l'axe des ordonnées.

2. On note G le point moyen du nuage.

a) Calculer les coordonnées de G.

b) Déterminer une équation de la droite D de coefficient directeur 1,6 qui passe par le point G.

c). Placer G sur le graphique et tracer la droite D.

3. On admet maintenant que la droite D réalise un ajustement affine du nuage de points et que cet ajustement est valable au-delà de la 34e semaine de grossesse. En utilisant cet ajustement, déterminer un encadrement de la taille du bébé s'il naît à terme, c'est-à-dire entre la 37^e et la 39^e semaine.

Exercice 2 (5 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal $(O\ ;\ \vec{u},\ \vec{v})$ direct. L'unité graphique est égale à 2 cm.

1. a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 2z\sqrt{3} + 4 = 0$.

b) On désigne par z_1 et z_2 les solutions, z_1 étant celle dont la partie imaginaire est négative. Écrire z_1 et z_2 sous forme exponentielle.

2. Soit A le point du plan d'affixe z_1 et B celui d'affixe z_2.
Placer les points A et B dans le plan complexe et démontrer que le triangle OAB est équilatéral.

3. Soit E le point d'affixe $z_3 = e^{-i\frac{\pi}{3}}$ et F d'affixe $z_4 = e^{i\frac{\pi}{6}}$. Soit D l'image de E par la translation de vecteur $2\vec{v}$.

a) Placer les points D, E et F sur la figure.

b) Montrer que F est le milieu du segment $[OB]$.

c) Déterminer l'affixe de D.

d) Montrer que $OD = DB$.

e) Que peut-on en déduire pour la droite (AD) ?

Exercice 3 (6 points)

Partie A

Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par $g(x)= x - 5 + 5\ln x$.
On note g' la fonction dérivée de la fonction g.

1. Calculer $g'(x)$ pour x dans l'intervalle $]0\,;+\infty[$.
Étudier le signe de $g'(x)$ et donner le sens de variation de la fonction g.

2. a) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ a une solution unique dans l'intervalle $[1\,;5]$.
On note α cette solution.

b) Déterminer la valeur décimale arrondie au centième de α.

3. Étudier le signe de $g(x)$ pour x appartenant à $]0\,;+\infty[$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{(x-5)\ln x}{x}$.

1. a) Déterminer la limite de f en 0.
Interpréter graphiquement ce résultat.

b) Déterminer la limite de f en $+\infty$.

2. a) Soit f' la fonction dérivée de f. Calculer $f'(x)$.

b) Etudier le signe de $f'(x)$.

c) Dresser le tableau des variations de la fonction f.

Exercice 4 (4 points)

Soit l'équation différentielle (E) : $y' + y = 2x$,
où y désigne une fonction dérivable de la variable x et y' sa dérivée.

1. Résoudre l'équation différentielle (H) : $y' + y = 0$.

2. Déterminer les deux nombres réels a et b tels que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par
$g(x) = a\,x + b$ soit solution de l'équation (E).

3. a) Le nombre k désignant une constante réelle, on considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = ke^{-x} + 2x - 2$.
Vérifier que la fonction f est solution de l'équation (E).

b) Déterminer le réel k pour que $f(0) = 0$.

4. Dans cette question, on prend $k = 2$.

a) Calculer la valeur moyenne m de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;2]$.

b) Donner une valeur approchée de m à 10^{-2} près.

Option B) - résolution d'un ou plusieurs exercices de physique-chimie

PHYSIQUE

Les deux exercices sont indépendants.

Exercice 1 : Etude de la chute verticale d'un solide

Dans cet exercice, nous allons étudier la chute d'une bille dans le champ de la pesanteur terrestre.
La valeur de l'intensité g de la pesanteur terrestre dépend de la latitude du point M où l'on opère ($g = 9{,}78\ N.kg^{-1}$ à l'équateur, $g = 9{,}83\ N.kg^{-1}$ au pôle Nord) et de son altitude (diminution d'environ 1% tous les 30 km). Cependant, au voisinage de la Terre (quelques kilomètres), le champ de pesanteur peut être considéré comme uniforme (même direction, même sens et même valeur en tout point). La valeur de g sera prise égale à $9{,}80\ N.kg^{-1}$.

Données :

Masse volumique de l'eau	$\rho_{eau} = 1000\ kg{\cdot}m^{-3}$
Masse volumique de l'huile	$\rho_{huile} = 950\ kg{\cdot}m^{-3}$
Masse volumique de la bille	$\rho = 2400\ kg{\cdot}m^{-3}$
Masse volumique de l'air	$\rho_{air} = 1{,}29\ kg{\cdot}m^{-3}$
Rayon de la bille	$r = 1{,}5\ mm$

Notations :

Volume de la bille	V
Masse de la bille	m
Intensité de la pesanteur	g
Vitesse	v
Accélération	a
Position sur l'axe vertical de vecteur directeur **j**	y

Le référentiel terrestre sera considéré comme Galiléen.

Les vecteurs sont indiqués par une lettre en gras.

I. Etudes des forces intervenant lors de la chute d'un objet

a. Poids P

I.a.1) Quelle est la définition du poids d'un objet ?

I.a.2) Donner les caractéristiques du vecteur **P** représentant le poids (origine, direction, sens) et sa valeur en fonction des données. Préciser les unités des différentes variables dans le système international.

I.a.3) Quelle est la valeur du poids d'une bille sphérique de rayon r et de masse volumique ρ ?

b. Poussée d'Archimède Π

La poussée d'Archimède Π est une force subie par un solide plongé dans un fluide, dont la valeur est égale au poids du fluide déplacé.

I.b.1) Donner les caractéristiques du vecteur **Π** représentant la poussée d'Archimède (origine, direction et sens).

La valeur numérique du vecteur **Π** se calcule par la relation : $\Pi = \rho_{fluide} .V. g$

I.b.2) Préciser la signification des différentes variables et leur unité dans le système international.

I.b.3) Calculer la valeur de la poussée d'Archimède Π pour une bille sphérique de masse volumique ρ et de rayon r dans l'air puis dans l'huile. Calculer dans les deux cas le rapport Π / P. Que peut-on en conclure ?

c. Force de frottement fluide

Lorsqu'un solide est en déplacement dans un fluide, il subit une force de frottement fluide **f**. Cette force est colinéaire au vecteur vitesse **v** du solide et de sens contraire.
Sa valeur f dépend de la vitesse v du solide, de la nature du fluide, de sa forme, de son état de surface, etc. Pour les vitesses faibles (quelques $cm.s^{-1}$), le vecteur **f** peut être modélisé par :
f = - k.**v** avec k>0

I.c.1) Le travail de cette force est-il moteur ou résistant dans le cas d'un chute libre ? Pourquoi ?

II. Etude de chutes verticales

II.1) Quelle est la définition d'une chute libre ? Dans quel milieu cette définition est-elle strictement respectée?

II.2) Pourquoi peut-on la considérer comme libre dans l'air dans le cas d'une bille sphérique de masse volumique ρ et de rayon r (on négligera la force de frottement fluide dans l'air) ?

a. Chute verticale libre dans l'air sans vitesse initiale

On utilisera le repère (O,**j**), **j** étant un vecteur unitaire vertical et dirigé vers le bas.
L'axe Oy désigne l'axe passant par O et de vecteur unitaire **j**.

Une bille sphérique de masse volumique ρ et de rayon r est lâchée à 6,0 m du sol, sans vitesse initiale, d'un point O pris comme origine d'un axe vertical (O, **j**) orienté vers le bas.

II.a.1) Faire un schéma faisant apparaitre la bille, l'origine, l'axe et la ou le(s) forces s'exerçant sur la bille (sans considération d'échelle de valeur)

II.a.2) Appliquer la seconde loi de Newton (relation fondamentale de la dynamique). Préciser le système et le référentiel utilisés. Etablir ensuite l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v.

II.a.3) En déduire par projection l'expression de la vitesse selon l'axe Oy. Pourquoi n'a-t-on pas besoin de se préoccuper des autres axes ?

II.a.4) En déduire l'équation horaire du mouvement (y en fonction du temps)

II.a.5) Déterminer l'instant t_1 et la vitesse v_1 lorsque la bille atteint le sol.

b. Chute verticale dans l'huile sans vitesse initiale

On considère désormais la chute d'une bille sphérique de masse volumique ρ et de rayon r sans vitesse initiale dans une éprouvette remplie d'huile.

La bille est alors soumise, en plus de son poids, à la force de frottement fluide et à la poussée d'Archimède. On modélise la force de frottement fluide sous la forme : $\mathbf{f} = -k.\mathbf{v}$, avec $k > 0$
$k = 6\ \pi.\eta.r$ avec η est le coefficient de viscosité du liquide et r est le rayon de la bille.
La valeur de k sera prise égale à $k = 10{,}5.10^{-2}$ S.I

II.b.1) S'agit-il d'une chute libre ? Justifier.

II.b.2) Faire un bilan des forces qui s'exercent sur la bille et rappeler leur valeur en fonction des données. Quelles sont les forces qui s'opposent au mouvement de chute verticale vers le bas ?

II.b.3) Appliquer la seconde loi de Newton (relation fondamentale de la dynamique). Préciser le système et le référentiel utilisés. Etablir ensuite l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v.

II.b.4) Mettre l'équation sous la forme : $\frac{dv}{dt} + v/\tau = k_1$. Exprimer k_1 et τ en fonction des données.

II.b.5) Déterminer par analyse dimensionnelle les unités de k_1 et τ. Calculer les valeurs de k_1 et τ.

II.b.6) On constate expérimentalement que la bille atteint une vitesse limite. Exprimer cette vitesse limite atteinte par la bille v_m en fonction des données puis la calculer.

II.b.7) Comment appelle-t-on la phase qui précède celle où la bille a atteint sa vitesse limite ?

II.b.8) Résoudre l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v. Exprimer v en fonction de v_m et de τ.

Exercice 2 : Etude de la charge d'un condensateur

On dispose d'un condensateur de capacité C=0,1F. On souhaite étudier la charge de ce condensateur à travers une résistance R non inductive. On réalise le montage de la figure 1.

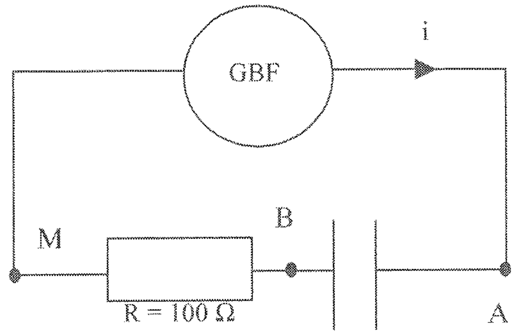

Figure 1

Le sens de i choisi comme sens positif est indiqué sur le schéma. Le générateur est un générateur de tension variable délivrant une tension U_{AM} de forme créneau entre $U_{AM} = 0V$ et $U_{AM} = E = 5V$ (figure 2). q_A désigne la charge électrique portée par l'armature du condensateur située du côté du point A.

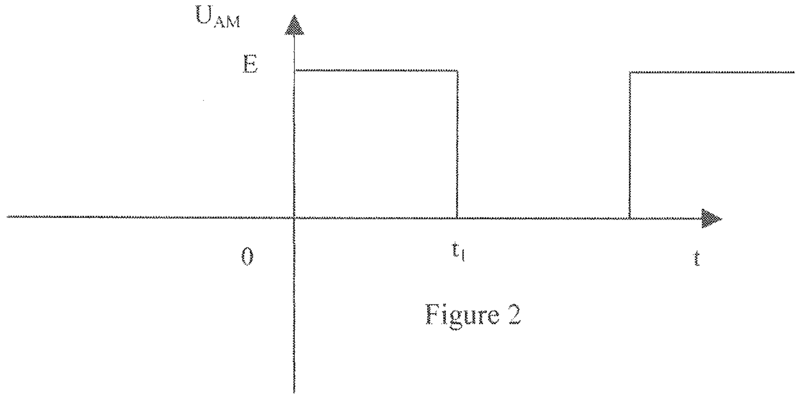

Figure 2

1. Décrire brièvement un condensateur.

On souhaite visualiser à l'oscilloscope, sur la voie 1, l'évolution au cours du temps de la tension $U_1 = U_{AM}(t)$ et, sur la voie 2, l'évolution au cours du temps de la tension $U_2 = U_{BM}(t)$.

2. Reproduire le schéma du circuit sur votre copie et indiquer les connexions à réaliser au niveau de l'oscilloscope pour visualiser les tensions U_1 et U_2 sur les voies 1 et 2.

3. En utilisant la convention récepteur, exprimer la tension $U_C = U_{AB}$ aux bornes du condensateur en fonction de q_A et de C.

L'intensité i est égale par définition la dérivée par rapport au temps de la charge q_A : $i = \frac{dqA}{dt}$

4. En déduire la relation entre $Uc = U_{AB}$ et i.

5. Exprimer la tension U_{BM} aux bornes de la résistance en fonction des données en précisant la loi utilisée.

6. Entre les instants $t=0$ et $t=t_1$, exprimer la tension $u_{AB} = U_C$ en fonction de U_1 et U_2 en précisant la loi utilisée.

7. En déduire l'équation différentielle vérifiée par la tension $U_{AB}=Uc$ aux bornes du condensateur entre les instants $t=0$ et $t=t_1$.

CHIMIE

Les parties I, II sont indépendantes

Le fer est un élément chimique de symbole Fe et de numéro atomique 26. En solution aqueuse, il se présente principalement sous deux degrés d'oxydations :

- Fe^{2+} (ions ferreux) de couleur verte ;

- Fe^{3+} (ions ferriques) de couleur rouille

Données (T = 298 K)

Couple redox	Potentiel redox standard
Fe^{2+}/Fe	-0,44V
Al^{3+}/Al	-1,66V
O_2/H_2O	+1,23V
Ag^+/Ag	+0,80V
Cu^{2+}/Cu	+0,34V
Cl_2/Cl^-	+1,36V
H_3O^+/H_2O	0V

$Cu(OH)_2$ précipité bleu d'hydroxyde de cuivre
$Fe(OH)_2$ précipité vert d'hydroxyde de fer II
$Fe(OH)_3$ précipité rouille d'hydroxyde de fer III

Autoprotolyse de l'eau $K_e=[H_3O^+]*[OH^-] = 10^{-14}$

Masses molaires atomiques
$M(Ag) = 107,9\ g.mol^{-1}$; $M(H) = 1g.mol^{-1}$; $M(Cl) = 35,5\ g.mol^{-1}$
$M(Cu)=63,5\ g.mol^{-1}$; $M(Al)= 27\ g.mol^{-1}$; $M(Fe)=55,8\ g.mol^{-1}$
$M(O) =16g.mol^{-1}$ $M(S) = 32g.mol^{-1}$

I. Partie 1 Réactions d'oxydoréduction faisant intervenir les ions Fe^{2+}

Un excès de fer et d'argent sous forme de paillettes métalliques est ajouté à une solution aqueuse obtenue par dissolution dans l'eau du sulfate de cuivre $CuSO_4$ et du chlorure d'aluminium $AlCl_3$.

a. Aspects qualitatifs

I. a. 1) Ecrire les équations de dissolution dans l'eau du sulfate de cuivre et du chlorure d'aluminium.

I. a. 2) Quelles sont les espèces chimiques présentes dans la solution à l'instant où on a ajouté les paillettes métalliques (ions, molécules et atomes) ?

I. a. 3) Quels sont les couples auxquels appartiennent ces espèces en ne tenant compte que des couples formés d'un ion métallique et d'un métal ? Ecrire les ½ équations électroniques correspondant à ces couples.

I. a. 4) Donner les définitions de réducteurs et d'oxydant. Pour chacun de ces couples. Quel est l'oxydant, quel est le réducteur ? Dans chaque cas, quel réactif a été oxydé, lequel a été réduit ?

I. a. 5) Représenter les couples redox présents sur un axe de potentiel. Enoncer la règle permettant de prévoir la transformation chimique d'oxydoréduction qui va se produire.

I. a. 6) A l'aide des potentiels standard redox, en déduire les espèces qui vont réagir à T = 298 K . On ne considèrera que l'aspect thermodynamique et on utilisera en première approximation les potentiels standards redox

I. a. 7) Ecrire alors l'équation de la réaction modélisant la transformation chimique qui va se produire.

b. Aspects quantitatifs

La solution précédente a été obtenue par dissolution totale de 5,0 g de sulfate de cuivre hexahydraté ($CuSO_4$, $6H_20$) et de 5,0 g de chlorure d'aluminium ($AlCl_3$) dans 200 mL d'eau.

I.b.1) Calculer les quantités de matière de chaque ion métallique, puis leur concentration dans la solution.

I.b.2) Les métaux ont une masse totale de 10 g (5,0 g de fer et 5.0 g d'argent). Montrer que les métaux sont bien en excès.

I.b.3) En faisant l'hypothèse que la transformation chimique qui va se produire est quantitative, calculer :

-les quantités de matière puis les masses du (des) solide(s) formé(s) à la fin de la transformation chimique
- les quantités de matière en ions Cu^{2+}, en ions Fe^{2+} et en ions Al^{3+} dans la solution à la fin de la transformation chimique puis leur concentration.

I.b.4) On filtre le mélange et on conserve la solution aqueuse. Quels sont les ions présents dans la solution ?

I.b.5) On ajoute de l'hydroxyde de sodium en excès.
Quel est le produit qui se forme ? Quelle est sa couleur en solution ?
Ecrire l'équation associée à cette transformation chimique et calculer la masse du produit obtenu.

II. Partie 2 : Dosage par indicateur coloré des ions Fe^{2+}

a. Dosage auto-indicateur

On souhaite réaliser le dosage des ions Fe^{2+} par les ions permanganate MnO_4^-

On donne :

Couple oxydant/réducteur	Couleur	E°(V)
MnO_4^-/Mn^{2+}	violet/incolore	1,51
Fe^{3+}/ Fe^{2+}.	Orange pâle/ vert pâle	0,77

1) Aspect qualitatif

II. a.1.1) Représenter les deux couples oxydant/réducteur sur un axe de potentiel et écrire les demi-équations électroniques associées (on se trouve en milieu acide).

II. a.1.2) Ecrire l'équation de la réaction modélisant la transformation chimique de dosage des ions Fe^{2+} par les ions permanganate MnO_4^-

II. a.1.3) Expliquer comment on repère l'équivalence lors du dosage par les ions MnO_4^- .

2) Aspect quantitatif

On prélève dans un erlenmeyer un volume V_1=10,0 mL d'une solution d'ions Fe^{2+} de concentration molaire C_1 que l'on place dans un bécher. On rajoute un peu d'eau distillée. On dose avec une solution de permanganate de potassium de concentration molaire C_2=0,020 mol.L^{-1}
On note V_2 le volume versé à l'équivalence.

II.a.2.1) Faire un schéma du montage nécessaire pour le dosage. Quelle verrerie faut-il utiliser pour prélever le volume V_1 ?

II.a.2.2) Ecrire la relation entre C_1, V_1, C_2 et V_2 à l'équivalence et en déduire l'expression de C_1.

II.a.2.3) Le volume repéré à l'équivalence V_2 est de 20,0 mL. Calculer C_1

b. Dosage avec indicateur coloré

On souhaite réaliser le dosage des ions fer Fe^{2+}par les ions cérium Ce^{4+} en présence d'un indicateur coloré, l'orthophénanthroline ferreuse notée par la suite $Fe(o\text{-}phen)_3^{2+}$.

L'orthophénanthroline ferreuse $Fe(o\text{-}phen)_3^{2+}$ est le réducteur associé au couple oxydant-réducteur $Fe(o\text{-}phen)_3^{3+}$/ $Fe(o\text{-}phen)_3^{2+}$.

On donne :

Couple oxydant/réducteur	Couleur	E°(V)
Ce^{4+} /Ce^{3+}	Jaune/incolore	1,72
Fe^{3+}/ Fe^{2+}.	Orange pâle/ vert pâle	0,77
$Fe(o\text{-}phen)_3^{3+}$/ $Fe(o\text{-}phen)_3^{2+}$	Bleu pâle/ rouge	1,06

L'orthophénanthroline est introduite en petite quantité et complexe une infime partie des ions Fe^{2+}présents pour former l'orthophénanthroline ferreuse $Fe(o\text{-}phen)_3^{2+}$ rouge :

$Fe^{2+} + 3\ o\text{-}phen = Fe(o\text{-}phen)_3^{2+}$

II.b.1) Représenter les 3 couples oxydant/réducteur sur un axe de potentiel et écrire les demi-équations électroniques associées.

II.b.2) Ecrire l'équation du dosage des ions fer Fe^{2+} par les ions cérium Ce^{4+}

II.b.3) On suppose que la transformation précédente est quantitative et consomme tous les ions Fe^{2+}. Ecrire l'équation de la transformation qui se produit lorsqu'il n'y a plus d'ions Fe^{2+} dans le milieu réactionnel et montrer que cette réaction permet de déceler l'équivalence.

Option C) - composition sur un ou plusieurs sujets donnés et/ou cas pratiques de sciences et technologies de l'agronomie et du vivant

La transformation des produits agricoles : On traitera notamment les intérêts nutritionnels, gustatifs et sanitaires.