



**Administration centrale**  
**Secrétariat général**  
**Direction des ressources humaines**

## Programme des épreuves

# **Concours externe et interne**

## **Technicien supérieur**

### **de l'industrie et des mines**

**Annexe à l'arrêté du 7 novembre 2006**  
**Programme des épreuves**  
**des concours externe et interne**  
**de technicien supérieur de l'industrie et des mines**

**I : MATHEMATIQUES :**

**1.- Algèbre et géométrie :**

Le raisonnement mathématique (logique).

Langage ensembliste et/ou négation ; lois de Morgan ; implication, implication réciproque, contraposée. Raisonnement par l'absurde. Raisonnement par récurrence. Quantificateurs.

Arithmétique de  $\mathbb{Z}$ . Divisibilités et congruences. Théorèmes de Bézout et de Gauss. PGCD et PPCM. Les nombres premiers. Décomposition en nombres premiers. Petit théorème de Fermat. Les nombres rationnels et irrationnels. Les nombres complexes. Définition, parties réelles et imaginaires, module.

Fonctions de  $\mathbb{C}$  dans  $\mathbb{C}$  : l'exponentielle complexe, Formule de Moivre. Racines d'une équation de second degré. Racines de l'unité. Aspects géométriques. Groupe des racines de l'unité.

Géométrie du plan et de l'espace. Produit scalaire et vectoriel. Coordonnées polaires, cylindriques et sphériques. Déterminant de vecteurs en dimensions 2 et 3, interprétation géométrique, lien avec produit mixte. Equations de droites et de plans, intersections de plans.

**2.- Analyse :**

Fonctions. Image et graphe. Image directe et réciproque d'un ensemble. Illustration pour les fonctions d'une variable réelle à valeurs dans  $\mathbb{R}$  et dans  $\mathbb{R}^2$ ,  $\mathbb{R}^3$  (courbes) ainsi que pour les fonctions d'un domaine de  $\mathbb{R}^2$ ,  $\mathbb{R}^3$  dans  $\mathbb{R}$  (surfaces et lignes de niveau). Représentations graphiques dans ces cas.

Fonction réelle d'une variable réelle. Fonction réciproque d'une fonction injective : domaine (ou ensemble) de définition, image. Graphe de la fonction réciproque  $f^{-1}$ .

Limites I : limite finie d'une fonction en un point. Propriétés de base :  $f+g$ ,  $fg$ ,  $f/g$ ,  $g f$ . Passage à la limite dans les inégalités et théorème des gendarmes. Limite infinie. Limites de suites, propriétés de base comme ci-dessus. Dérivée d'une fonction réelle d'une variable réelle. Droite tangente.

Dérivée de la somme, produit, composé, inverse. Minima et maxima (locaux), la dérivée en ces points s'annule. Théorèmes de Rolle et des accroissements finis. Lien entre la monotonie et le signe de la dérivée.

Bibliothèque des fonctions usuelles :  $\exp$ ,  $\ln$ ,  $\arcsin$ ,  $\arccos$ ,  $\arctan$ ,  $\sinh$ ,  $\cosh$ ,  $\operatorname{argsinh}$ , leur graphe et leur dérivée. Croissances comparées.

Intégrale de Riemann. Définition de l'intégrale via les sommes de Riemann pour les fonctions continues. Propriétés de base : relation de Chasles, linéarité, inégalité triangulaire.

Applications à la définition de la longueur d'une courbe, du travail effectué par une force, de l'aire d'une surface de révolution.

Théorème de Newton-Leibniz (ou théorème fondamental du calcul intégral).

Calcul d'intégrales via les primitives avec des applications. Intégration par parties et par changement de variables.

**3.- Eléments d'analyse et d'algèbre :**

Suites. Théorèmes sur les suites croissantes, suites adjacentes. Application à la convergence des séries à termes positifs et à la représentation décimale des rationnels et des irrationnels. Suites récurrentes : représentation graphique, étude de la convergence.

Théorèmes de Taylor et applications. Etude locale d'une fonction, développements limités. Applications.

Equations différentielles. Linéaires du premier ordre et à variables séparées.

Linéaires du second ordre à coefficients constants, homogènes et inhomogènes.

Polynômes Bézout, Gauss, d'Alembert. Polynômes irréductibles, factorisation sur  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$ , racines.

Cardinal d'un ensemble fini. Cardinal de l'union et du produit cartésien.

Dénombrements. Triangle de Pascal.

Groupes. Notion de loi de composition sur un ensemble : commutativité, associativité, distributivité, élément neutre, inverse et définition de groupe.

Exemples simples et étude élémentaire du groupe symétrique. Définition d'anneau et de corps (commutatifs !) : exemples simples ( $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$ ,  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ ).

#### **4.- Algèbre linéaire et affine :**

Résolution des systèmes linéaires et linéaires affines.

Espace de solutions. Méthode du Pivot. Rang d'un système. Conditions de compatibilité, résolution. Applications : passage d'une équation cartésienne, d'un sous-espace vectoriel d'un espace de dimension  $n$  ( $n = 3, 4$  en pratique) à une représentation paramétrique, et inversement.

Applications linéaires. Définition et exemples (projections, rotations, symétries, homothéties, en dimension 2 et 3). Matrice d'une application linéaire.

Noyau et Image d'une application linéaire. Théorème de la dimension. Calculs de noyau et d'image. Changement de bases.

Algèbre des matrices. Déterminants.

Critère d'inversibilité d'une application linéaire. Application des deux dernières sections : recherche des valeurs propres et des sous-espaces propres dans les cas simples (diagonalisation de matrices symétriques).

#### **5.- Eléments de calcul différentiel :**

Fonctions de plusieurs variables. Représentation graphique dans les cas simples : lignes ou surfaces de niveau, champs de vecteurs.

Limite en un point et continuité d'une fonction de plusieurs variables.

Calcul différentiel dans l'espace de dimension  $n$ . Dérivées partielles de premier ordre et dérivées directionnelles. Différentielle et matrice Jacobienne. Accroissements finis. Fonctions continûment dérivables.

Dérivées partielles de fonctions composées. Intégrales multiples (doubles et triples). Esquisse de construction de l'intégrale de Riemann. Propriétés de base de l'intégrale. Intégrales doubles et triples sur les compacts élémentaires par rapport à une ou deux variables.

Fubini. Intégration en coordonnées polaires, cylindriques, sphériques.

Surfaces de niveau, gradient, circulation, flux, divergence. Théorème de Green-Riemann. Théorème de Gauss-Ostrogradski.

#### **6.- Mathématiques appliquées :**

Séries : séries numériques ; séries entières ; séries de Fourier.

Probabilités : indépendance ; variables aléatoires discrètes, lois classiques ; vecteurs aléatoires, covariance ; loi faible des grands nombres.

## **II : PHYSIQUE :**

### **1.- Optique géométrique et mécanique des fluides :**

Optique : Généralités et lois de Snell-Descartes ; formation des images ; systèmes optiques simples ; instruments d'optique.

Mécanique des fluides : Statique des fluides ; dynamique des fluides parfaits ; dynamique des fluides visqueux ; phénomènes de surface de l'état liquide.

### **2.- Electrocinétique :**

Composants électriques : dipôles passifs et actifs ; dipôles non linéaires (diodes) ; association de dipôles.

Etudes des réseaux électriques en régime continu : lois de Kirchhoff, théorèmes de Thévenin et de Norton.

Etudes des réseaux électriques en régime transitoire : circuits du premier ordre (RC, RL) et du deuxième ordre (RLC).

Etudes des réseaux électriques en régime permanent : dipôles linéaires en régime sinusoïdal forcé. Admittance et impédance complexe. Circuit LC en régime sinusoïdal permanent. Le circuit RLC en régime sinusoïdal forcé : résonance en intensité et en tension (aux bornes de C). Puissance active. Adaptation en puissance.

Filtres linéaires : gain complexe, déphasage, diagramme de Bode. Filtres du 1<sup>er</sup> et 2<sup>ème</sup> ordre, passe haut et passe bas.

### **3.- Forces – Champs – Energie :**

Eléments de cinématique.

Systèmes de coordonnées (cartésien, cylindrique, sphérique, intrinsèque). Notion de vecteur. Vecteurs position, vitesse, accélération (expressions dans les différents systèmes de coordonnées). Etude du mouvement d'un point.

Forces et champs : Notion de champ de vecteurs. Notion de référentiel. Lois de la dynamique. Différents types de forces. Forces newtoniennes : forces électrostatique et gravitationnelle. Champs électrostatique et gravitationnel (analogies et différences). Circulation d'un champ de vecteur le long d'une courbe. Notion de potentiel. Flux d'un champ de vecteurs à travers une surface. Théorème de Gauss.

Travail et énergies : Forces conservatives, dissipatives. Energie cinétique. Travail et variation d'énergie cinétique. Energie potentielle (gravitationnelle, électrostatique). Energie totale. Energie interne : introduction au premier principe.

### **4.- Electromagnétisme :**

Electrostatique : Champ et potentiel électrostatiques. Théorème de Gauss (formes intégrale et locale). Equation de Poisson. Electrostatique dans les conducteurs. Notions sur les phénomènes d'influence. Condensateurs. Energie électrostatique. Exemple du dipôle électrostatique.

Magnétostatique : Eléments d'électrocinétique. Induction magnétique créée par des courants. Lois de Laplace et de Biot et Savart. Théorème d'Ampère (formes intégrale et locale). Notions sur le potentiel - vecteur. Exemple du dipôle magnétique.

Régimes variables : Le couplage électromagnétique. Loi de Faraday (formes intégrale et locale). Applications : Auto-induction, courants de Foucault, alternateurs. Energie magnétostatique. Théorème de Poynting. Le courant de déplacement. Equations de Maxwell.

### **5.- Thermodynamique :**

Description d'un système thermodynamique. Equation d'état.

Théorie cinétique des gaz : modèle du gaz parfait. Ordres de grandeur : vitesses, section efficace, libre parcours moyen. Pression et température cinétiques. Température absolue.

Les principes de la thermodynamique : énergie totale et interne. Transferts d'énergie (W, Q) et exemples. Premier principe : bilans énergétiques. Définition de l'entropie. Deuxième principe : bilans entropiques. Application aux machines thermiques et aux systèmes non gazeux.

Introduction à la notion de potentiel thermodynamique : comparaison avec l'électricité (sens des transformations) et la mécanique (recherche du minimum).

Entropie : potentiel pour un système isolé. Fonction de Gibbs : potentiel pour un système défini par P et T.

Equilibre et transitions de phases d'un corps pur : description des états de la matière : nom des transformations. Etude qualitative des transitions de phase (expériences, diagrammes P, T et P,V). Etude quantitative des équilibres et transitions de phase (G minimum ; chaleur latente).

## **6.- Mécanique physique :**

Théorie de Lagrange.

Lois de conservation.

Intégration des équations du mouvement.

Mouvement dans un système de référence non galiléen.

Petites oscillations en mécanique et analogie électrique.

Mouvement du solide.

## **7.- Ondes et vibrations :**

Oscillateur harmonique à une dimension : oscillateurs amortis et forcés ; oscillateurs à plusieurs degrés de liberté (modes propres).

Ondes à une dimension non dispersives : équation d'onde ; solution harmonique et équation de dispersion ; onde progressive ; battement, interférence, diffraction, effet Doppler, onde stationnaire ; onde transversale et longitudinale ; énergie et impédance.

Réflexion et transmission des ondes : réflexion et transmission sur une corde ; réflexion et transmission des ondes électromagnétiques en incidence normale ; adaptation d'impédance.

## **III : CHIMIE :**

### **1.- Structures et propriétés de la matière :**

Les constituants de l'atome : rappels sur la structure de la matière ; l'énergie à l'échelle atomique (niveaux d'énergie, spectres atomiques) ; modélisation d'un système atomique (orbitales atomiques, nombres quantiques orbitaux) ; Les atomes réels (atomes poly-électroniques, loi de Mosseley...) ; règles d'occupation des états ; classification périodique (électronégativité) ; radioactivité.

Les liaisons chimiques : notion de liaison chimique (énergie réticulaire) ; liaison covalente ; modèle de Lewis ; moments dipolaires ; VSEPR (géométrie des molécules poly-atomiques) ; LCAO appliquée aux molécules diatomiques ; hybridation.

Structure de la matière cristallisée : systèmes cristallins (maille, motif, réseau ponctuel, réseaux de Bravais) ; empilements compacts (systèmes CFC, HC) ; empilements non compacts (CC) ; évaluation de leurs caractéristiques ; sites cristallographiques (octaédriques, tétraédriques) ; applications (structure de métaux, cristaux ioniques, cristaux covalents, semi-conducteurs).

### **2.- Thermochimie et chimie analytique :**

Thermochimie.

La thermodynamique : système, état d'un système (variables et fonctions d'état), notion d'énergie interne, capacité calorifique.

Le 1<sup>er</sup> principe de la thermodynamique : notions de chaleur et de travail, équivalence, fonctions U et H.

Le second principe de la thermodynamique : processus réversibles et irréversibles, fonctions F, S et G et leurs propriétés, principe de Nernst.

Les transformations chimiques : cycles thermodynamiques, loi de Hess, évolution spontanée d'un système, grandeurs molaires, avancement d'une réaction, état standard, différentielles sur G : notion de potentiel chimique.

L'état d'équilibre chimique : réaction totale, réaction incomplète, évolution de l'enthalpie libre, le quotient de réaction, état d'équilibre chimique (constante d'équilibre, facteurs influençant un état d'équilibre chimique).

La calorimétrie.

Cinétique :

Définitions : le facteur temps, les objectifs, les régimes.

Vitesse de réaction : définitions, mesures, stoechiométrie, molécularité, ordre (détermination expérimentale, ordre global et dégénéré) ; temps de demi réaction, réaction simple, réaction complexe, influence de la température (Arrhénius).

Chimie analytique :

Calculs pour la préparation de solutions : solutions aqueuses et mélanges en phase liquide.

Bilan de matière lors d'une réaction chimique : équation chimique, tableau de bilan de matière, avancement et degré d'avancement d'une réaction.

Techniques expérimentales : matériel utilisé, technique du titrage, incertitudes expérimentales, réactions acido-basiques, réactions d'oxydo-réduction.

Titrages colorimétriques, pH-métriques et d'oxydo-réduction par potentiométrie.

### **3.- Les bases de la chimie organique :**

Généralités : nomenclature, structure et liaisons des molécules organiques, hybridation, grands intermédiaires réactionnels.

Effets électroniques, acido-basicité : effets inductifs, effets mésomères, résonance ; acides organiques, bases organiques.

Stéréochimie : conformation (alcanes et cycloalcanes), isomérisme géométrique Z et E, isomérisme cyclanique, énantiomérisme, configuration absolue R, S, diastéréoisomérisme, représentations de Fischer, Cram, Newman, configurations D, L.

Mécanismes de réaction : substitution radicalaire (application aux alcanes, halogénéation des alcanes, sélectivité de l'halogénéation), substitution nucléophile (ordres 1 et 2), élimination (ordres 1 et 2) (application particulière aux dérivés halogénés), addition nucléophile (exemples sur les cétones).

Techniques de bases du laboratoire : distillation, cristallisation, extraction.

### **4.- Matériaux inorganiques et structures :**

Cristallochimie : caractérisation des réseaux cristallins (indices de Miller, plans denses, zones de plans) ; structure et propriétés des métaux (métaux purs, alliages, solutions solides d'insertion et de substitution, composés définis) ; structures et propriétés de solides ioniques (calcul de l'énergie réticulaire de NaCl, structures types de la fluorine et de l'antifluorine, perovskites, structures lacunaires de FeO, ...) ; solutions solides (zircon stabilisée, ...) ; structures et propriétés de solides covalents (BN cubique et Hexagonal,..) ; solides de Van der Waals (la chimie du C60) ; transition de phases (systèmes unaires de la silice) ; systèmes binaires (silice-alumine...) ; indexation d'un cliché de poudre ; travaux pratiques : chimie du solide.

Polycondensation minérale : polyanions, polycations, chimie minérale en solution (solvants non aqueux, sels fondus).

## **5.- Dérivés insaturés en chimie organique :**

Les alcènes, les diènes : préparation, réactions d'addition sur les alcènes (halogénéation, hydracides, effet karasch, hydratation, hydroboration, époxydation, hydrogénation, hydroxylation), addition sur des diènes conjugués (hydracides), oxydations, réactions de transpositions (Cope et Diels-Alder).

Les alcynes : préparation par double élimination ou par alkylation de l'anion, conversion d'alcynes en d'autres alcynes, réactions d'addition, oxydation.

Dérivés aromatiques : aromaticité, mécanisme de la substitution électrophile, effets d'orientation, substitution nucléophile aromatique, addition et oxydation, dérivés du benzène, phénol.

Notions de spectroscopie vibrationnelle et de résonance magnétique nucléaire : généralités, spectroscopie infrarouge, RMN (déplacement chimique, couplage spin-spin, intégration), exemples de spectres IR et RMN.

## **6.- Chimie minérale :**

Les non métaux et applications : H, O, N, S, halogènes ; diagrammes de Frost ; structure, propriétés chimiques, applications.

Les métaux et applications : alcalins, alcalino-terreux, métaux de transition et post transition ; structure, propriétés chimiques, applications.

Applications : métallurgie ; chimie industrielle ; corrosion ; électrolyse ; piles et batteries ; courbes intensité-potentiel.