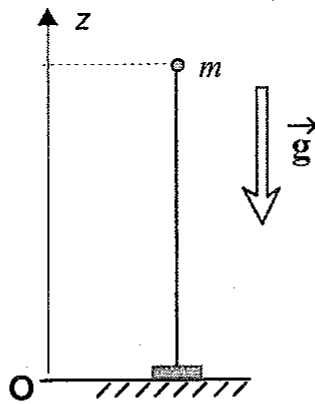


# PHYSIQUE

Le Jokari est un jeu où l'on frappe une balle en caoutchouc avec une raquette en bois. La balle est reliée à un socle par un élastique de masse négligeable. L'élastique ne produit aucun effet lorsque sa longueur est inférieure à sa longueur à vide  $\ell_0$ . Quand l'élastique est tendu il se comporte comme un ressort de raideur  $k$ , permettant ainsi à la balle de revenir. Le socle est fixé au sol en un point  $O$  pris comme origine. L'étude du mouvement s'effectue dans le référentiel terrestre assimilé à un référentiel galiléen. On donne  $g = 9,80 \text{ m.s}^{-2}$  le champ de pesanteur terrestre supposé constant et uniforme.

## A- Mouvement sans dissipation

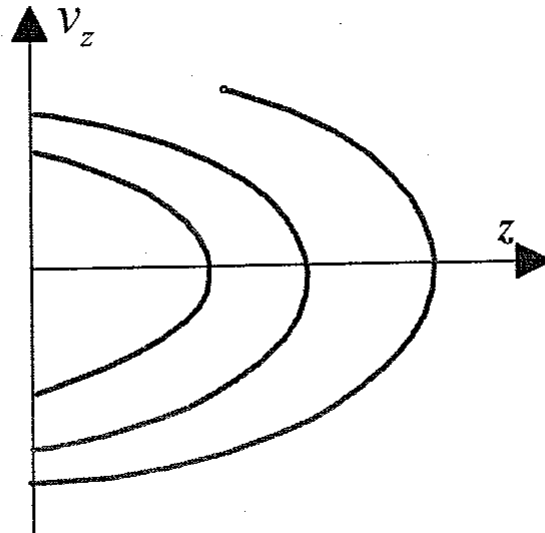
Dans cette partie il n'y a aucun frottement à faire intervenir.



On désigne par  $(O, x, y, z)$  le repère orthonormé direct lié à la terre, l'axe  $Oz$  étant dirigé suivant la verticale ascendante. On modélise la balle par un point  $M$  de masse  $m$  et de coordonnées  $(x, y, z)$  dans la base  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  du repère. A l'instant initial, on lance la balle avec une vitesse  $v_0$  suivant l'axe  $Oz$  ascendant depuis une hauteur  $h = 1 \text{ m}$  ( $h < \ell_0$ ).

- A-1 Quelle doit être la vitesse minimale  $v_{\min}$  au départ pour que l'élastique se tende ?
- A-2 Dans l'hypothèse où  $v_0 < v_{\min}$ , donner l'expression de la vitesse  $v_z(t)$  à un instant  $t$ . En déduire la fonction  $z(t)$ . Préciser les expressions de la vitesse  $v_s$  et de l'instant  $t_s$  quand la balle touche le sol. On posera  $\tau^2 = \frac{v_0^2}{g^2} + \frac{2h}{g}$ .
- A-3 Exprimer  $z$  en fonction de  $g, v_0, v_z$  et  $h$ . Quelle est la nature de la courbe  $z = f(v_z)$  ? A partir de l'énergie mécanique donner une autre expression de  $z$  en fonction de  $g, v_z$  et  $v_s$ .
- A-4 L'espace des phases est un plan où l'on porte en abscisse  $z$  et en ordonnée  $v_z$ . Tracer la courbe correspondante au mouvement de  $M$  dans l'espace des phases pour  $t \in [0, t_s]$ .
- A-5 Quand la balle touche le sol, on admet que la vitesse change de sens instantanément et que l'on peut écrire  $\vec{v}(t_s^+) = -\varepsilon \vec{v}_s$  où  $\varepsilon$  est une constante tel que  $0 < \varepsilon < 1$ . On pose  $t' = t - t_s$ . Quelle est la nouvelle vitesse  $v_z(t')$  et la nouvelle position  $z(t')$ .
- A-6 Comme précédemment exprimer  $z$  en fonction de  $g, v_z, \varepsilon$  et  $v_s$ . Comment pourrait-on mesurer expérimentalement  $\varepsilon$  ?

A-7 On représente ci-dessous la trajectoire dans l'espace des phases après plusieurs rebonds:



Reproduire ce graphique sur la copie en le complétant et en y précisant le sens de parcours. Pourquoi a-t-on des tangentes verticales sur l'axe des \$z\$ ? Par quelle propriété graphique se traduit la conservation de l'énergie ?

### B- Mouvement avec dissipation

La résistance de l'air sur la balle animée d'une vitesse \$v\$ se traduit par une force qui en norme vaut  $\vec{f} = \beta m v \vec{v}$  où  $\beta$  est une constante. On lance encore la balle d'une hauteur \$h\$ avec une vitesse ascendante  $v_0 < v_{\min}$ , l'élastique n'étant pas tendu.

- B-1 Écrire l'équation différentielle vérifiée par  $v(t)$  en fonction  $g$  et  $\beta$ , dans la phase ascendante puis dans la phase descendante.
- B-2 Montrer que dans la phase ascendante  $\frac{du}{dz} = -2g - 2\beta u$  si on pose  $v^2 = u$ . Expliciter la fonction  $u(z)$  à l'aide de  $g$ ,  $\beta$ ,  $v_0$  et  $h$ . En déduire l'altitude maximale atteinte  $z_{\max}$ .
- B-3 Expliciter la fonction  $u(z)$  dans la phase descendante en fonction de  $g$ ,  $\beta$ ,  $v_0$  et  $h$ . En déduire la vitesse  $v_s$  quand la balle touche le sol à l'instant  $t_s$ .
- B-4 Tracer l'allure de la trajectoire dans l'espace des phases entre  $t = 0$  et  $t = t_s$ .

### C- Influence du fil

Dans cette partie on reprend l'hypothèse de non frottement mais on considère que le fil possède une masse  $\mu \cdot \ell_0$  (donc que  $\mu$  est la masse linéique du fil) et on écrit la masse de la balle  $m = \lambda \mu$ . La balle est lancée verticalement vers le haut depuis le sol avec la vitesse initiale  $v_0$ .

- C-1 Montrer que si  $\ell_0 > \lambda \left[ \sqrt[3]{1 + 3v_0^2 / 2\lambda g} - 1 \right]$  le fil ne se tend pas.
- C-2 Étudier le cas limite  $\mu \rightarrow 0$ .

# CHIMIE

## Le ciment

Le produit le plus consommé dans le monde après l'eau est le béton. Aujourd'hui on consomme, annuellement, 12 milliards de tonnes de béton. L'invention du ciment est attribuée à Louis Vicat, qui à peine sorti de l'École Nationale des Ponts et Chaussées, en 1818, fabrique, de manière contrôlée des chaux hydrauliques dont il définit les composants et leurs proportions.

### données numériques

Constante des gaz parfaits  $R = 8,32 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$

Constante d'Avogadro  $N_A = 6,02.10^{23} \text{ mol}^{-1}$

$M_H = 1,00 \text{ g.mol}^{-1}$ ;  $M_C = 12,0 \text{ g.mol}^{-1}$ ;

$M_O = 16,0 \text{ g.mol}^{-1}$ ;

$M_{Ca} = 40,1 \text{ g.mol}^{-1}$ ;  $M_{Fe} = 55,8 \text{ g.mol}^{-1}$ .

On rappelle que  $T(\text{K}) = t(\text{°C}) + 273$

Enthalpies de formation standard à 298 K

	$\text{CaCO}_3 (\text{s})$	$\text{SiO}_2 (\text{s})$	$\text{Ca}_3\text{SiO}_5 (\text{s})$	$\text{CO}_2 (\text{g})$
$\Delta_f H^\circ (\text{kJ.mol}^{-1})$	-1206	-910,0	-2876	-393,1

## A- Structure

- A-1 Le calcium a pour numéro atomique  $Z = 20$ . Quelle est sa configuration électronique à l'état fondamental ? Sous quelle forme ionique le rencontre-t-on habituellement ?
- A-2 Le calcium appartient à la famille des alcalino-terreux. Donner les numéros atomiques des trois éléments voisins de la même colonne (sur les lignes précédentes et sur la ligne suivante dans la classification périodique des éléments).

## B- Cristallographie

Le calcium existe sous deux variétés cristallines:  $\text{Ca}_\alpha$  correspondant à un arrangement cubique faces centrées et  $\text{Ca}_\beta$  à un système cubique centré.

B-1 Représenter une maille conventionnelle du calcium  $\alpha$ . Sachant que le paramètre de la maille est  $a = 559 \text{ pm}$ , calculer le rayon de l'atome de calcium, ainsi que la masse volumique du cristal. Indiquer la coordinence des atomes dans cette maille.

B-2 En supposant que le calcium garde le même rayon dans la forme  $\beta$ , quel serait le paramètre de la maille cubique centrée. En fait la valeur est  $a = 448 \text{ pm}$ . Qu'en concluez-vous ?

## C- L'industrie cimentière

L'élaboration des ciments se fait dans un four à partir d'un mélange de 80% de calcaire  $\text{CaCO}_3$  et de 20% d'argile (assimilée à un mélange d'alumine  $\text{Al}_2\text{O}_3$  et de silice  $\text{SiO}_2$ ). Le composé obtenu majoritairement est  $\text{Ca}_3\text{SiO}_5$  (le  $\text{C}_3\text{S}$  des cimentiers).

- C-1 Écrire l'équation de réaction notée (1) conduisant à la formation de  $\text{Ca}_3\text{SiO}_5$  solide et de  $\text{CO}_2$  gaz à partir des seuls réactifs silice et calcaire.
- C-2 Calculer l'enthalpie standard de réaction  $\Delta_r H_1^0$  de la réaction (1) à 298 K.
- C-3 Quelle est l'influence de la température sur l'équilibre de cette réaction ?
- C-4 Quelle quantité de chaleur faut-il fournir (à pression constante  $P = P^\circ$  et à température constante  $T = 298\text{K}$ ) à une tonne de calcaire  $\text{CaCO}_3$  pour le transformer, par la réaction (1), en  $\text{Ca}_3\text{SiO}_5$  (s) et quelle est la masse de  $\text{CO}_2$  (g) ainsi produite ?
- C-5 Le four fonctionne avec du méthane  $\text{CH}_4(\text{g})$  et avec  $\text{O}_2(\text{g})$ . Quelle masse de méthane faut-il brûler pour apporter l'énergie nécessaire à la transformation d'une tonne de  $\text{CaCO}_3(\text{s})$  en  $\text{Ca}_3\text{SiO}_5(\text{s})$ . Pour cela on considérera que la combustion d'une mole de  $\text{CH}_4(\text{g})$  fournit 690 kJ à la pression  $P^\circ$  et à la température constante de 298K.
- C-6 Quelle masse de dioxyde de carbone est produite par le four ? Dans le contexte actuel, quel commentaire pouvez-vous faire sur l'industrie cimentière ?
- C-7 A partir du calcaire, on peut aussi obtenir de la chaux vive  $\text{CaO}$ , autre produit industriel intéressant. Sous l'effet de la chaleur, la carbonate de calcium solide se décompose en oxyde de calcium  $\text{CaO}$  et dioxyde de carbone gazeux suivant la réaction (2)
- $$\text{CaCO}_3(\text{s}) = \text{CaO}(\text{s}) + \text{CO}_2(\text{g}) \quad (2)$$
- On donne pour cette réaction à  $727^\circ\text{C}$  :  $\Delta_r H_2^0 = +176,2 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$  et  $P(\text{CO}_2)$  à l'équilibre notée  $P_e = 0,076 \text{ bar}$ . Calculer l'entropie standard de réaction  $\Delta_r S_2^0$  à cette même température. Pouvait-on prévoir le signe de ce résultat ?
- C-8 En supposant que  $\Delta_r H_2^0 = +176,2 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$  est indépendant de la température, calculer la pression d'équilibre pour la température  $T = 900^\circ\text{C}$ .
- C-9 Dans un récipient initialement vide, de volume constant  $V = 50 \text{ L}$ , chauffé à  $900^\circ\text{C}$ , on introduit 80 g de  $\text{CaO}(\text{s})$ , puis on laisse entrer progressivement et très lentement  $n$  moles de  $\text{CO}_2$  (g). Trouver la valeur minimale de  $n$  pour que le système évolue.
- C-10 Dans la situation décrite précédemment, montrer que si  $n$  est suffisamment grand (on précisera la valeur limite correspondante), il n'y a plus d'équilibre dans l'état final.